

Versuchsprotokoll zum Versuch

Halleffekt (HA)

Versuchsleiter: Mike Thieme

Datum:

21.04.2006

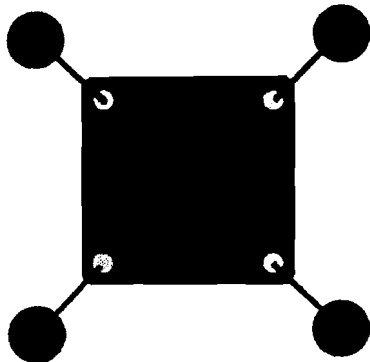
Angefertigt von:

Allinger Nikola (Nikola.Allinger@gmx.de)

Seifert Frank (fra_seifert@web.de)

Ort:

PHY C313



Wegen der Symmetrie der Kontaktierung und der punktförmigen Kontakte kann die Van-der-Pauw – Methode angewendet werden, nach der die Leitfähigkeit durch Messung von Strom und Spannung jeweils an benachbarten Kontakten bestimmt wird, die Hall-Konstante an gegenüberliegenden.

Dazu stehen zwei Matrixsysteme zur Schaltbild-Änderung zur Verfügung, mit denen beliebige Kontaktierungskombinationen gewählt werden können:

3. Formeln

Feld des Elektromagneten:

$$B[\text{mT}] = 7,76 \cdot U[\text{mV}] - 4,49 \quad (1)$$

mit U *Spannung, gemessen mit Hallsonde*

Temperaturmessung:

$$R_{\text{Pt100}}(T) = R(0^\circ\text{C}) \cdot \{1 + 3,9083 \cdot 10^{-3}T - 5,775 \cdot 10^{-7}T^2 - 4,183 \cdot 10^{-12} \cdot (T-100)T^3\}$$

Diese Berechnung wird von der angeschlossenen Software ausgeführt.

Für die Van-der-Pauw – Anordnung ergibt sich:

$$\sigma(T) = \frac{\ln 2}{\pi d} \cdot \frac{1}{R_{12,34}} \quad (2)$$

mit σ *el. Leitfähigkeit*

$$R_{12,34} = U_{12}/I_{34}$$

Widerstand, gemessen an benachbarten Kontakten

Und
$$R_H(T) = \frac{d}{B} \Delta R_{24,13} \quad (3)$$

mit R_H Hall-Konstante
 $d = 0,25 \text{ mm}$ Dicke der Probe
 B Magnetfeld
 $R_{24,13} = U_{24}/I_{13}$ Widerstand, gemessen an gegenüberliegenden Kontakten

Dabei stellt $\Delta R_{24,13}$ die Änderung des Widerstands durch Einschalten eines senkrecht zur Probe stehenden Magnetfelds dar, die man aus der sog. „Offset-Spannung“ erhält. Die Offset-Spannung ist durch Umpolen des magnetischen Felds bei gleich bleibendem Schaltbild bestimmbar: *Stimmt, aber hier wird die Hall-Spannung bestimmt*

$$U_H = (U_1 - U_2)/2$$

$$U_1 = U_0 + U_H$$

$$U_2 = U_0 - U_H$$



(4)

mit U_1, U_2 Spannungen vor/nach Umpolung $U_H = \frac{U_0 + U_H - U_0 + U_H}{2}$

Ladungsträgerdichte p_0 beim p-Halbleiter:

$$p_0(T) = \frac{\alpha}{R_H \cdot q} \quad (5)$$

mit α Hall-Faktor, $\alpha = \frac{3}{8}\pi$ für Streuer: akust. Phononen
 q Elementarladung

4. Messungen und Auswertung

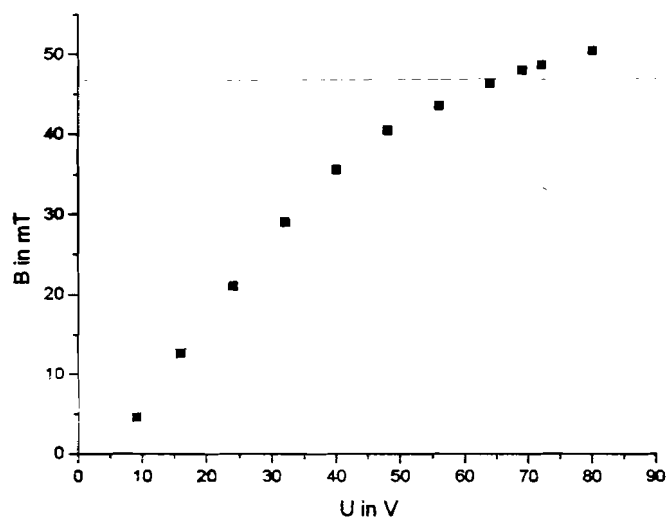
Vorversuche:

Bei der eigentlichen Messung werden von der Software automatisch die vorgegebenen Messpunkte und Schaltbilder eingestellt. Um sinnvolle Vorgaben zu ermitteln, werden in den Vorversuche die Spannungswerte für verschiedene Schaltbilder aufgenommen. Außerdem wird geprüft, ob Elektromagnet und Widerstandsthermometer das erwartete Verhalten zeigen.

4.1 Kalibrierung des Elektromagneten

Durch schrittweises Erhöhen des Stroms durch den Elektromagneten wird die $B(I)$ -Abhängigkeit bestimmt: Mit (1) ist B proportional zur Hallsondenspannung U_H , und der Strom I durch den Magneten ist proportional zur anliegenden Spannung U , so dass die folgende Darstellung $B(U)$ bis auf konstante Faktoren äquivalent ist zur Darstellung $B(I)$:

U in V	U_H in mV	B in mT
9	1,1749	4,62722
16	2,2201	12,73798
24	3,2908	21,04661
32	4,3118	28,96957
40	5,1585	35,53996
48	5,7854	40,4047
56	6,1824	43,48542
64	6,5334	46,20918
69	6,7451	47,85198
72	6,8327	48,53175
80	7,0584	50,28318



Man sieht, dass das Magnetfeld eine Sättigung erreicht, die dadurch entsteht, dass ab einem gewissen Strom durch den Magneten alle mikroskopischen magnetischen Dipole ausgerichtet sind.

4.2 Pt-100-Check

Um zu überprüfen, ob das PT100 funktioniert, wird bei 1mA Konstantstrom die bei Raumtemperatur angezeigte Spannung registriert: $U = 109,02 \text{ mV}$

Da in diesem Temperaturbereich der Temperaturkoeffizient des PT-100 näherungsweise gilt:

$$dR/dT = 0,445 \text{ Ohm/K},$$

mit $R(0^\circ\text{C}) = 100 \text{ Ohm},$

folgt $T = 20,22^\circ\text{C},$

das PT-100 liefert also einen sinnvollen Wert.

4.3 Leitfähigkeitsmessung

Folgende Schaltbilder wurden bei $I = \text{const.} = 1\text{mA}$ getestet:

(Die jeweils erste Ziffer eines Knotens beschreibt die x-Koordinate auf der Matrix-Karte, die zweite die y-Koordinate.)

Geschlossene Knoten	U in mV
14 - 23 - 32 - 41	2,8224
11 - 24 - 33 - 42	6,2024
11 - 22 - 33 - 44	7,5976
13 - 21 - 32 - 44	6,0393

Stelle Wahl

Es zeigte sich hier, dass die Probe nicht völlig symmetrisch ist oder unterschiedlich große Übergangswiderstände an den Kontakten auftreten müssen, da prinzipiell gleiche Spannungswerte zu erwarten waren.

4.4 Hallmessung

Folgende Schaltbilder wurden bei $I = \text{const.} = \pm 1 \text{ mA}$ und einer an den Magneten angelegten Spannung $U_m = \pm 40,2 \text{ V}$ getestet:

	Geschlossene Knoten (2dim. Matrixkarte)	U in mV für $U_m = + 40,2 \text{ V}$	U in mV für $U_m = - 40,2 \text{ V}$
a)	13 - 21 - 33 - 42	1,2137	1,6740
b)	14 - 22 - 33 - 41	+ 0,7239	/
c)	13 - 22 - 34 - 41	- 0,7239	/
d)	11 - 23 - 32 - 44	0,7235	- 0,7344

Die Hall-Sonde wurde durch durchgehend geschlossene Knoten 51 (2dim.Karte) und 1 (1dim.Karte) angeschlossen.

- aus a) Offset: ca. 0,2 mV
- aus b), c): Schaltbild so geändert, dass Strom in andere Richtung fließt: Führt wie erwartet zu Umkehrung des Spannungsvorzeichens bei gleichem Betrag
- Ebenfalls Umkehrung des Spannungsvorzeichens bei Wechsel des Stromvorzeichens : $\pm 1 \text{ mA}$
- Es stellte sich heraus, dass das Schließen von Knoten 41 aus technischen Gründen zu Problemen führt, weshalb Schaltbilder b) und c) nicht für die Hauptmessung verwendet wurden.

4.5 Hauptversuch

Verwendete Schaltbilder:

		Geschlossene Knoten
Leitfähigkeitsmessung:	1)	14 - 23 - 32 - 41
	2)	11 - 24 - 33 - 42
Hall-Probe / -Sonde	1)	13 - 21 - 34 - 42 / 51 - 1
(2dim./1dim. Matrix-Karte)	2)	11 - 23 - 32 - 44 / 41 - 2

Als zu messender Temperatur-Bereich wurde (- 196...20 °C) gewählt und eine Aufteilung auf 25 Messpunkte vorgegeben.

Da während der Einzelmessung die Temperatur nicht konstant bleibt, wurde zu Beginn/Mitte/Ende jedes Messintervalls eine Temperaturmessung vorgenommen, deren Mittelwert dann weiterverwendet wurde.

Messwerte:

(1,2: Zuordnung zu Schaltbildern; a,b: mit/ohne umgepoltem Magnetfeld)

Messreihe	Temp -MW	U(Leitf) 1	U(Leitf) 2	U(Hall-Probe) 1a	U(Hall-Probe) 2a	U(Hall-Probe) 1b	U(Hall-Probe) 2b	U(Hall-Sonde) 1	U(Hall-Sonde) 2
1	-197,85	0.00067940	0.00462080	0.00103610	0.00149300	0.00148600	0.00104730	-0.00647340	0.00652340
2	-188,60	0.00078670	0.00472050	0.00106190	0.00152570	0.00151690	0.00107580	-0.00651010	0.00654520
3	-178,93	0.00089570	0.00482720	0.00108680	0.00155270	0.00154760	0.00110160	-0.00651920	0.00656350
4	-170,04	0.00100810	0.00492830	0.00110890	0.00157840	0.00157120	0.00112450	-0.00652270	0.00655860
5	-161,10	0.00111830	0.00502320	0.00113160	0.00160240	0.00159320	0.00114610	-0.00652830	0.00656630
6	-152,12	0.00122420	0.00512360	0.00115240	0.00162560	0.00161570	0.00116730	-0.00652990	0.00657660
7	-142,95	0.00132120	0.00520930	0.00117030	0.00164560	0.00163590	0.00118700	-0.00653750	0.00658090
8	-133,90	0.00142090	0.00529170	0.00119000	0.00166450	0.00165550	0.00120600	-0.00654510	0.00658200
9	-124,88	0.00152900	0.00537970	0.00120360	0.00167910	0.00167200	0.00122060	-0.00654190	0.00658520
10	-115,88	0.00162610	0.00545110	0.00121800	0.00169300	0.00168160	0.00123450	-0.00654950	0.00658850
11	-106,88	0.00171370	0.00552030	0.00122920	0.00170610	0.00169700	0.00124700	-0.00655330	0.00659050
12	-97,89	0.00181330	0.00558820	0.00124020	0.00171720	0.00170780	0.00125810	-0.00655610	0.00659260
13	-88,86	0.00190240	0.00564570	0.00124860	0.00172510	0.00171540	0.00126430	-0.00656340	0.00660140
14	-79,84	0.00199550	0.00569980	0.00125430	0.00173000	0.00171800	0.00126960	-0.00656850	0.00660580
15	-70,77	0.00208470	0.00575550	0.00125810	0.00173130	0.00172130	0.00127290	-0.00656700	0.00660170
16	-61,92	0.00216590	0.00579820	0.00126130	0.00173610	0.00172550	0.00127560	-0.00656930	0.00660740
17	-52,95	0.00225200	0.00585300	0.00126230	0.00173600	0.00172440	0.00127690	-0.00657780	0.00662250
18	-43,70	0.00231700	0.00588970	0.00126140	0.00173500	0.00172540	0.00127750	-0.00658180	0.00661860
19	-34,71	0.00239050	0.00592620	0.00126050	0.00173250	0.00171930	0.00127440	-0.00658650	0.00662380
20	-25,74	0.00246480	0.00595170	0.00125660	0.00172740	0.00171750	0.00127030	-0.00658460	0.00663050
21	-16,75	0.00253040	0.00599120	0.00124840	0.00172200	0.00171010	0.00126520	-0.00659690	0.00663390
22	-6,56	0.00259550	0.00601560	0.00124090	0.00171550	0.00170300	0.00125880	-0.00660050	0.00663550
23	2,68	0.00265710	0.00604700	0.00123150	0.00170570	0.00169180	0.00124960	-0.00659860	0.00663380
24	11,61	0.00271610	0.00606930	0.00122470	0.00169470	0.00168510	0.00123990	-0.00659400	0.00663670
25	20,52	0.00279840	0.00609440	0.00121570	0.00168240	0.00167360	0.00122620	-0.00659410	0.00663580

(Mit $I = \text{mA}$)

Daraus lassen sich mit den Formeln (2), (3), (5) Leitfähigkeit, Hallkoeffizient und Ladungsträgerdichte in Abhängigkeit von der Temperatur bestimmen.

Bei Messungen mit Magnetfeld muss dazu noch die Offset-Spannung nach (4) bestimmt werden, die aus Strömen, die unabhängig vom B-Feld fließen, resultiert.

Das ΔR zur Berechnung des Hall-Koeffizienten ergibt sich dann aus der Differenz von Offset-Spannung alleine und der Spannung, die sich ergibt, wenn zusätzlich diejenige vom B-Feld hinzukommt.

Es ergeben sich folgende Werte:

HALL-Spannung

Offset U(Hallprobe)1	Offset U(Hallprobe)2	U(Hallprobe)1 ohne Offset	U(Hallprobe)2 ohne Offset	Offset U(Hallsonde)	U(Hallsonde) ohne Offset
2,25E-04	2,23E-04	1,26E-03	1,27E-03	2,50E-05	-6,47E-03
2,28E-04	2,25E-04	1,29E-03	1,30E-03	1,76E-05	-6,51E-03
2,30E-04	2,26E-04	1,32E-03	1,33E-03	2,21E-05	-6,52E-03
2,31E-04	2,27E-04	1,34E-03	1,35E-03	1,80E-05	-6,52E-03
2,31E-04	2,28E-04	1,36E-03	1,37E-03	1,90E-05	-6,53E-03
2,32E-04	2,29E-04	1,38E-03	1,40E-03	2,34E-05	-6,53E-03
2,33E-04	2,29E-04	1,40E-03	1,42E-03	2,17E-05	-6,54E-03
2,33E-04	2,29E-04	1,42E-03	1,44E-03	1,85E-05	-6,55E-03
2,34E-04	2,29E-04	1,44E-03	1,45E-03	2,17E-05	-6,54E-03
2,32E-04	2,29E-04	1,45E-03	1,46E-03	1,95E-05	-6,55E-03
2,34E-04	2,30E-04	1,46E-03	1,48E-03	1,86E-05	-6,55E-03
2,34E-04	2,30E-04	1,47E-03	1,49E-03	1,83E-05	-6,56E-03
2,33E-04	2,30E-04	1,48E-03	1,49E-03	1,90E-05	-6,56E-03
2,32E-04	2,30E-04	1,49E-03	1,50E-03	1,87E-05	-6,57E-03
2,32E-04	2,29E-04	1,49E-03	1,50E-03	1,74E-05	-6,57E-03
2,32E-04	2,30E-04	1,49E-03	1,51E-03	1,91E-05	-6,57E-03
2,31E-04	2,30E-04	1,49E-03	1,51E-03	2,24E-05	-6,58E-03
2,32E-04	2,29E-04	1,49E-03	1,51E-03	1,84E-05	-6,58E-03
2,29E-04	2,29E-04	1,49E-03	1,50E-03	1,86E-05	-6,59E-03
2,30E-04	2,29E-04	1,49E-03	1,50E-03	2,29E-05	-6,58E-03
2,31E-04	2,28E-04	1,48E-03	1,49E-03	1,85E-05	-6,60E-03
2,31E-04	2,28E-04	1,47E-03	1,49E-03	1,75E-05	-6,60E-03
2,30E-04	2,28E-04	1,46E-03	1,48E-03	1,76E-05	-6,60E-03
2,30E-04	2,27E-04	1,45E-03	1,47E-03	2,13E-05	-6,59E-03
2,29E-04	2,28E-04	1,44E-03	1,45E-03	2,08E-05	-6,59E-03

(alle Werte in V)

HALL-Spannung

Das Offset hat also für die Hallprobe eine Größe von etwa 0,2 mV, für die Hallsonde nur etwa 0,02 mV.

Leitfähigkeitsberechnung:

$$\frac{13+6,5}{2} = 9,7$$

R1 in Ohm	R2 in Ohm	Leitfähigkeit 1 in S/m	Leitfähigkeit 2 in S/m	Mittlere Leitfähigkeit in S/m
6,79E-01	4,62E+00	1,30E+03	6,50E+02	1,91E+00
7,87E-01	4,72E+00	1,12E+01	6,54E+00	1,87E+00
8,96E-01	4,83E+00	9,89E+00	5,84E+00	1,83E+00
1,01E+00	4,93E+00	8,75E+00	5,27E+00	1,79E+00
1,12E+00	5,02E+00	7,89E+00	4,82E+00	1,76E+00
1,22E+00	5,12E+00	7,21E+00	4,47E+00	1,72E+00
1,32E+00	5,21E+00	6,68E+00	4,19E+00	1,69E+00
1,42E+00	5,29E+00	6,21E+00	3,94E+00	1,67E+00
1,53E+00	5,38E+00	5,77E+00	3,71E+00	1,64E+00
1,63E+00	5,45E+00	5,43E+00	3,52E+00	1,62E+00
1,71E+00	5,52E+00	5,15E+00	3,37E+00	1,60E+00
1,81E+00	5,59E+00	4,87E+00	3,22E+00	1,58E+00
1,90E+00	5,65E+00	4,64E+00	3,10E+00	1,56E+00
2,00E+00	5,70E+00	4,42E+00	2,99E+00	1,55E+00
2,08E+00	5,76E+00	4,23E+00	2,88E+00	1,53E+00
2,17E+00	5,80E+00	4,07E+00	2,80E+00	1,52E+00
2,25E+00	5,85E+00	3,92E+00	2,71E+00	1,51E+00
2,32E+00	5,89E+00	3,81E+00	2,65E+00	1,50E+00
2,39E+00	5,93E+00	3,69E+00	2,59E+00	1,49E+00
2,46E+00	5,95E+00	3,58E+00	2,53E+00	1,48E+00

2,53E+00	5,99E+00	3,49E+00	2,48E+00	1,47E+00
2,60E+00	6,02E+00	3,40E+00	2,43E+00	1,47E+00
2,66E+00	6,05E+00	3,32E+00	2,39E+00	1,46E+00
2,72E+00	6,07E+00	3,25E+00	2,35E+00	1,45E+00
2,80E+00	6,09E+00	3,15E+00	2,30E+00	1,45E+00

Die Leitfähigkeit hat mit $1E3 \text{ S/m}$ für einen Halbleiter eine sinnvolle Größenordnung. Allerdings weichen die beiden Messungen stark voneinander ab (s. graph. Darstellung). Man sieht also schon, dass die Kontaktierungen und Stromzuführungen nicht ideal leitend sind.

$$\sigma = \frac{en^2}{\chi d} \cdot \frac{1}{k}$$

$$= 1,4 \frac{1}{\chi}$$

Berechnung von Hallkoeffizient, Ladungsträgerdichte:

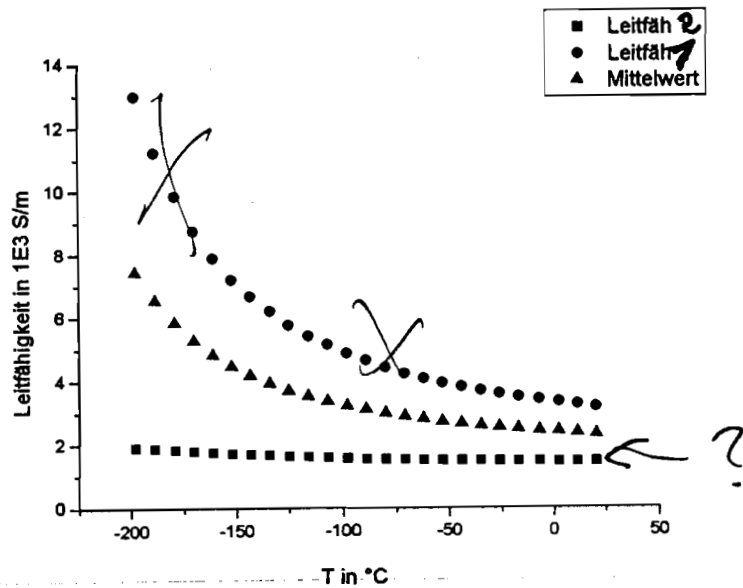
R1 in Ohm	R2 in Ohm	R mittel in Ohm	Hallkoeff. in cm^3/As	Ladungsträgerdichte in cm^{-3}
1,26E+00	1,27E+00	1,27E+00	6888	1,07E+15
1,29E+00	1,30E+00	1,30E+00	7013	1,05E+15
1,32E+00	1,33E+00	1,32E+00	7144	1,03E+15
1,34E+00	1,35E+00	1,35E+00	7272	1,01E+15
1,36E+00	1,37E+00	1,37E+00	7386	9,96E+14
1,38E+00	1,40E+00	1,39E+00	7497	9,81E+14
1,40E+00	1,42E+00	1,41E+00	7594	9,68E+14
1,42E+00	1,44E+00	1,43E+00	7692	9,56E+14
1,44E+00	1,45E+00	1,44E+00	7772	9,46E+14
1,45E+00	1,46E+00	1,46E+00	7835	9,39E+14
1,46E+00	1,48E+00	1,47E+00	7901	9,31E+14
1,47E+00	1,49E+00	1,48E+00	7957	9,24E+14
1,48E+00	1,49E+00	1,49E+00	7987	9,21E+14
1,49E+00	1,50E+00	1,49E+00	8005	9,19E+14
1,49E+00	1,50E+00	1,50E+00	8024	9,16E+14
1,49E+00	1,51E+00	1,50E+00	8039	9,15E+14
1,49E+00	1,51E+00	1,50E+00	8025	9,16E+14
1,49E+00	1,51E+00	1,50E+00	8024	9,16E+14
1,49E+00	1,50E+00	1,50E+00	8001	9,19E+14
1,49E+00	1,50E+00	1,49E+00	7978	9,22E+14
1,48E+00	1,49E+00	1,49E+00	7933	9,27E+14
1,47E+00	1,49E+00	1,48E+00	7893	9,32E+14
1,46E+00	1,48E+00	1,47E+00	7842	9,38E+14
1,45E+00	1,47E+00	1,46E+00	7798	9,43E+14
1,44465	1,4543	1,44975	7735,97748	9,5061E+14

Auch hier ergeben sich sinnvolle Größenordnungen. $\frac{2,25}{50} \cdot \frac{10^{-5} \text{ m}}{1,45} \cdot 0,1 \Omega = 0,001 \frac{\text{m}^3}{\text{As}}$

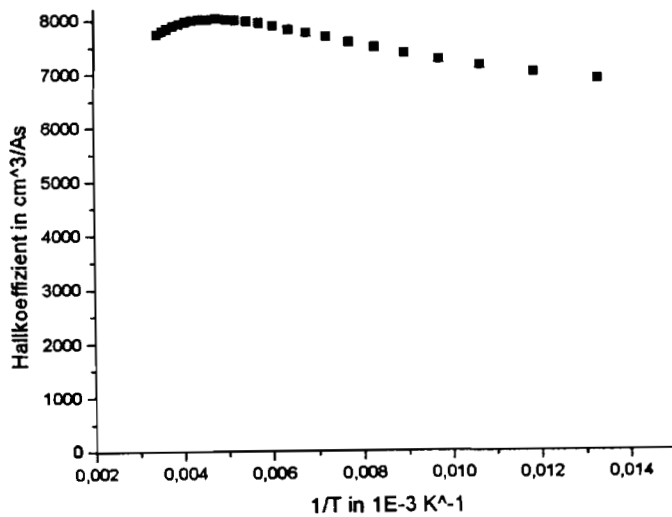
Grafische Darstellungen:

Leitfähigkeit in Abhängigkeit von der Temperatur:

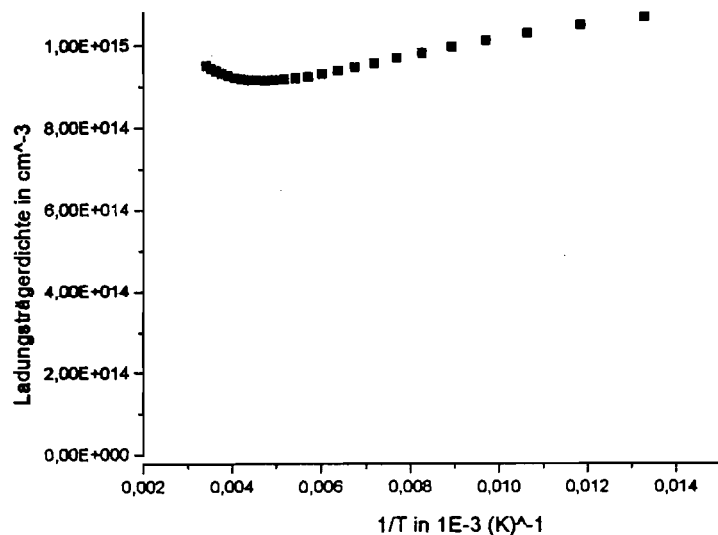
$$n = 6,2 \cdot 10^{15} \frac{1}{\text{cm}^3}$$



Hallkoeffizient in Abhängigkeit von der Temperatur:



Ladungsträgerdichte in Abhängigkeit von der Temperatur:



5. Diskussion

Mit dem durchmessenen Temperaturbereich befindet man sich ausschließlich im Bereich der Störstellenerschöpfung; Störstellenreserve und Eigenleitung werden nicht erreicht.

Für den Bereich der Störstellenerschöpfung sollte die Majoritätsladungsträgerdichte für einen n-dotierten Halbleiter konstant sein. Für einen p-dotierten Halbleiter nimmt wegen dem Anstieg der Minoritätsladungsträger e^- mit zunehmender Temperatur die Majoritätsladungsträgerdichte ab (und damit auch die Leitfähigkeit), und ab einem gewissen Gleichgewichtspunkt wieder zu, während der Hallkoeffizient, der reziprok zur Ladungsträgerdichte ist, zuerst zu- und dann wieder abnimmt.

Dieses Verhalten ergab sich auch in den berechneten Kurven.

Trotzdem wurde vor allem an der Leitfähigkeits-Spannungsmessung klar, dass relativ große Ungenauigkeiten, vermutlich v.a. durch Übergangswiderstände, vorhanden waren.